绝密★启用前

2022年普通高等学校招生全国统一考试模拟试题

理科数学

注意事项：

1．答卷前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号填写在答题卡上，并认真核准条形码上的准考证号、姓名、考场号、座位号及科目，在规定的位置贴好条形码。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设全集$U=\mathbf{R}$，集合$A=\{x|x^2-3x+2>0\}$，$B=\{x|x>a\}$. 已知$\complement_U A\subseteq\complement_U B$，则$a$的取值范围是

A. $[1,+\infty)$　　B. $(1,+\infty)$　　C. $[2,+\infty)$　　D. $(2,+\infty)$

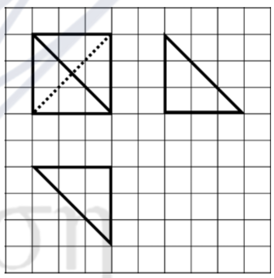
2. 下列复数中（i为虚数单位），在复平面内所对应的点在第四象限的是

A. $\frac{2+i}{1+i}$　　B. $\frac{2+i}{1-i}$　　C. $\frac{2+i}{i-1}$　　D. $\frac{2-i}{1-i}$

3. 在ΔABC中，D为BC边上一点，且$2BD=CD$. 若E为线段AD上一点，且满足$\overrightarrow{BE}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$，则点$E$是线段$AD$的

A. 端点　　B. 中点　　C. 三等分点　　D. 四等分点

4. 如右图，网格纸上绘制的是一个多面体的三视图，其中网格小正方形的边长为1，则该多面体的表面积为



A. $\frac{9}{2}+9\sqrt{2}+\frac{9}{2}\sqrt{3}$　　B. $\frac{9}{2}+\frac{27}{2}\sqrt{2}$

C. $18+9\sqrt{2}$　　D. $9+\frac{9}{2}\sqrt{2}$

5. 由张苍等人编著的《九章算术》被称为人类科学史上应用数学的“算经之首”，其出现标志着中国古代数学体系的形成. 在其中记载了这样一个问题：“今有蒲生一日，长三尺. 莞生一日，长一尺. 蒲生日自半，莞生日自倍. 问几何日而长等?”其大意为:现在有两种植株蒲与莞；开始时蒲生长1日，增长3尺；莞生长1日，增长1尺；蒲的日增长高度逐日减半，莞的日增长高度逐日增加1倍. 假设二者的初始高度相同，且生长的过程是连续的. 则由开始至二者高度再次相同所经过的时间为

A. $\log_2 3$ 日　　B. $\log_2 5$ 日　　C. $\log_2 6$ 日　　D. $\log_2 7$ 日

6. 从1至9的9个整数中随机取2个不同的整数，则这2个整数之积为偶数的概率为

A. $\frac{5}{18}$　　B. $\frac{13}{18}$　　C. $\frac{11}{36}$　　D. $\frac{25}{36}$

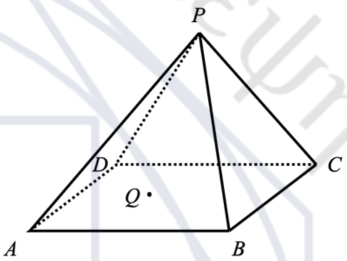
7. 已知函数$f(x)=\tan(\omega x+\frac{\pi}{3})+b\ (\omega>0)$的最小正周期为$T\ (\pi<T<2\pi)$. 若$y=f(x)$的图像关于点$(\pi,\sqrt{3})$中心对称，则$f(3\pi)=$

A. $\frac{2}{3}\sqrt{3}$　　B. $\frac{4}{3}\sqrt{3}$　　C. $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ 或 $\frac{4}{3}\sqrt{3}$　　D. $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ 或 $2\sqrt{3}$

8. 已知直线l与圆$C_1: x^2+y^2=4$相切于点A，与$C_2: (x-3)^2+(y-4)^2=9$相切于另一点B，则$|AB|=$

A. $\sqrt{26}$　　B. $2\sqrt{5}$　　C. $2\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{10}$

9. 如右图，已知正四棱锥$P-ABCD$的底边长为$3\sqrt{2}$，侧棱长为$2\sqrt{3}$. 若Q为平面$ABCD$上一点，且满足$|PQ|=2$，则异面直线PQ与AB间夹角的取值范围为



A. $[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}]$　　B. $[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}]$

C. $[\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}]$　　D. $[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}]$

10. 已知椭圆$C: \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$的焦点在$x$轴上，焦距为2. 若$C$恰好与直线$x+y-3=0$相切，则$a$的值为

A. $2\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{5}$　　C. 2　　D. $\sqrt{3}$

11. 已知$a=\frac{\sqrt{3}}{\pi}$，$b=\tan\frac{1}{2}$，$c=\frac{13}{24}$，则

A. $a>b>c$　　B. $b>a>c$　　C. $a>c>b$　　D. $b>c>a$

12. 已知正实数x,y满足$\frac{8}{x}+\frac{1}{y}=1$，则下列说法错误的是

A. xy 的最小值为 32　　B. $x+y$ 的最小值为 $9+4\sqrt{2}$

C. $\sqrt{x^2+y^2}$ 的最小值为 $5\sqrt{5}$　　D. $\sqrt{x}+\sqrt{y}$ 的最小值为 $3\sqrt{2}$

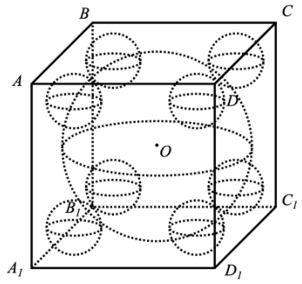
二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知函数$f(x)=2x^3-3x^2+x$，写出一条经过原点且与曲线$y=f(x)$相切的直线的方程__________.

14. 已知随机变量X满足正态分布$N(0.5,\sigma^2)$，且$P(X<0.3)=0.2$，$P(0.3<X<0.9)=0.75$，则$P(X>0.9)=$__________.

15. 已知双曲线$C: \frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$的右焦点为$F$，过点$F$作直线$l$垂直于$C$的某条渐近线，$l$与该渐近线交于点$A$，与$C$的右支交于点$B$. 若$2\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BF}$，则$C$的离心率为__________.

16. 如右图，已知正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为1，其内切球为球O，在该正方体内部有8个小球分别均与球O及该正方体的三个侧面相切，则该正方体内的9个球的表面积之和为__________.

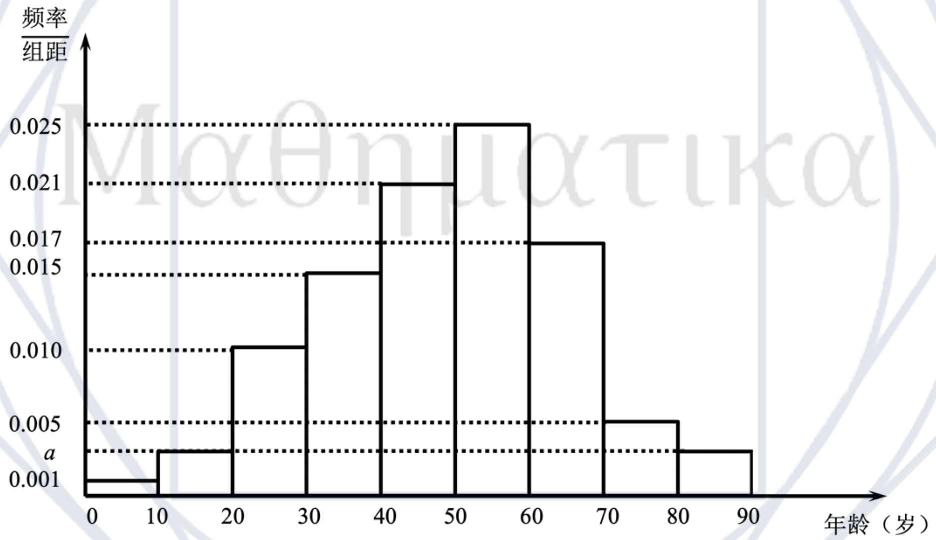


三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一） 必考题：共 60 分。

17.（12 分）

近年来，我国的生物医药产业正在成为发展最活跃的产业之一. 某种新型药物在进行临床试验过程中在某地区征集了100名志愿者进行试验，并调查统计了该100名志愿者的年龄，得到如下样本数据频率分布直方图.



（1）求a的值；

（2）估计该100名志愿者的平均年龄；（同一组数据用该区间的中点值代替）

（3）已知该100名志愿者占该地区总人口数的0.2%，而该地区年龄位于[50,60)区间内的人口数占该地区总人口数的16%. 从该地区选出1人，若此人的年龄恰好位于[50,60)区间内，求此人是该100名志愿者中的一员的概率.

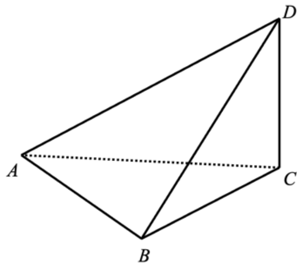
18.（12 分）

已知ΔABC的内角A,B,C的对边分别为a,b,c，且$a^2=2bc(\cos A+1)$. 记ΔABC的面积为S.

（1）求$\frac{\sin B+\sin C}{\sin A}$的值；

（2）若D为BC边上一点，且AD平分角A. 记AD的长度为h，求$\frac{S}{ah}$的取值范围.

19.（12 分）



如右图，在四面体$ABCD$中，ΔABC与ΔBCD均为等腰直角三角形，其直角顶点分别为B与C.

（1）若平面$ABD\perp$平面BCD，证明：$CD\perp$平面ABC；

（2）若平面$ABD\perp$平面ACD，求二面角$A-BC-D$的余弦值.

20.（12 分）

设抛物线$C: y^2=8x$的焦点为F. 圆O的圆心为F，其半径为1，P为圆O上一点.

（1）已知直线PF与C交于点Q，且P,Q均位于第一象限. 若$|PQ|=3$，求P,Q两点的坐标；

（2）过点P作圆O的切线l与C交于A,B两点，记ΔFAB的面积为S. 已知对于某一确定的S，其对应的点P有且仅有两个，求此时S的取值范围.

21.（12 分）

已知函数$f(x)=(x+a)e^x$的极小值点为-1，且$f(x_1)=f(x_2)=b\ (x_1<x_2)$.

（1） 求b的取值范围；

（2） 证明：$e^{x_2}-e^{x_1}>eb+1$.

（二） 选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22. [选修 4—4：坐标系与参数方程]（10 分）

在直角坐标系xOy中，曲线C的参数方程为$\begin{cases} x=\frac{t^2}{t^2+1} \\ y=\frac{t}{t^2+1} \end{cases}$（$t$为参数）. 以坐标原点为极点，$x$轴正半轴为极轴建立极坐标系. 点$P$的极坐标为$(1,\frac{\pi}{2})$.

（1）写出曲线C的极坐标方程；

（2）已知直线l的极坐标方程为$\rho\sin\theta+\rho\cos\theta=1$，且直线$l$与曲线$C$交于$A,B$两点. 求$|PA|+|PB|$.

23. [选修 4—5：不等式选讲]（10 分）

已知实数a,b,c满足$a+b+c=4$.

（1）求$a^2+b^2+c^2$的最小值；

（2）若$a^2+b^2+c^2=8$，证明：$abc\geq 0$